Ma 1410: Analyse

PC-øvelser høsten 2000: Obligatorisk oppgavesett 3.

Frist for innlevering: Tirsdag 21.11.2000

Vi skal tegne grafen til en funksjon av 2 variable over et område D, og vi skal se på gradientene til funksjonen og til funksjonene som avgrenser området D.
Oppgaveteksten kommer etter eksemplet.

La oss se på et eksempel:

Funksjonen vi ser på: $f(x,y) := x^2 + 3\cdot x\cdot y + y - 1$

De partielle deriverte: $fx(x,y) := \frac{d}{dx} f(x,y) \rightarrow 2\cdot x + 3\cdot y$

$fy(x,y) := \frac{d}{dy} f(x,y) \rightarrow 3\cdot x + 1$

Vi velget et punkt (a,b) og tegner gradienten til f i dette punktet:
Vi skal tegne linja fra (a,b) til (a,b)+(fx(a,b),fy(a,b)), dette er *retningen til gradienten til f*.
Denne linja består av et rett linjestykke som vi beskriver ved (xg(t),yg(t)) der t ligger i [0,1].

$a := 2 \qquad b := 1.5 \qquad t := 0 .. 1$

$xf(t) := a + t\cdot fx(a,b) \rightarrow 2 + 8.5\cdot t$

$yf(t) := b + t\cdot fy(a,b) \rightarrow 1.5 + 7\cdot t$

La oss også tegne en nivå-kurve til f gjennom (a,b).

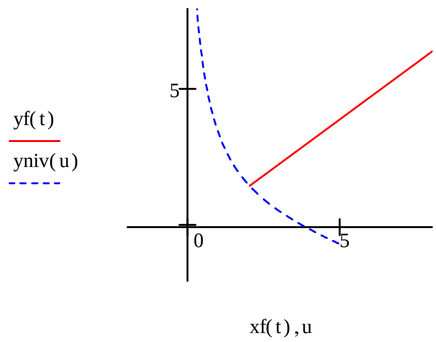
La c = f(a,b). Vi løser likninga f(x,y) = c med hensyn på y, og får en funksjon yniv(x).
(Vi bruker Equal Scales på grafen.)

$c := f(a,b) \rightarrow 13.5$

$yniv(x) := \frac{c + 1 - x^2}{3\cdot x + 1}$

Når vi setter f(x,y)=c, så kan vi i dette meget spesielle tilfellet løse med hensyn på y. yniv( ) er da en funksjon i x og c.

$u := 0, 0.1 .. 5$



Nå skal linja som angir retningen til gradienten stå rettvinklet på nivå-kurven.

Obligatorisk innleveringsoppgave nr. 3:

Eksamensoppgave nr. 2 fra 17.08.1988 (oppgave til Kap. 12) oppgir en funksjon

$$f(x,y) := \frac{x}{x^2 + 2\cdot y^2 + 3}$$

Vi har også gitt en funksjon

$$g(x,y) := x^2 + 2\cdot y^2$$

Kurven g(x,y) = 4 med x positiv, kan gis parameterframstilling x(t) = 2 cos(t) og y(t) = $\sqrt{2}$ sin(t) der t går fra -π/2 til π/2.

1. Tegn grafen til g(x,y).
2. Tegn gradientene til både f(x,y) og g(x,y) i ($\sqrt{2}$,1). (Bruk Equal Scales!)
3. Tegn grafen til f(x,y) over det oppgitte området (se (2) i eksamensoppgaven.)
4. Er der noen punkt på g(x,y) = 4 der gradientene til f og g har samme/motsatte retning?

Ad. 1. Her skal du tegne parameterkurven (x(t),y(t)).

Ad. 2. Du skal tegne to linjestykker som begge starter i (a,b)=($\sqrt{2}$,1), men med retninger bestemt av de to gradientene i (a,b).

Ad. 3. Se fila mathcad2000_3D.mcd og se også fila graf_f_av_x_og_y.mcd.

Ad. 4. Det vi er på jakt etter her er om det i noe punkt på g(x,y)=4 er slik at grad_f = tall * grad_g som vi ser ved bruk av Lagranges metode?