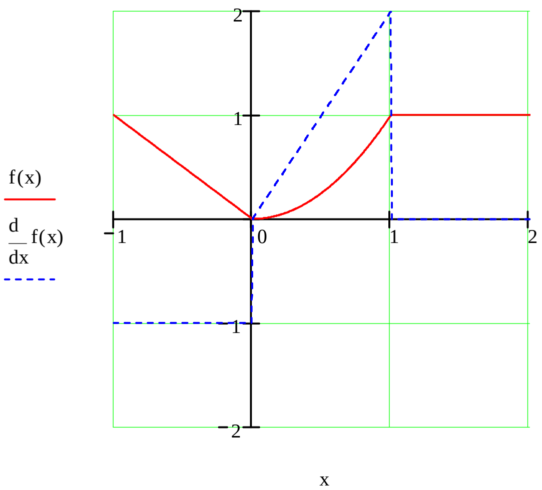
Løsningsforslag for Oblig1_PC, oktober 2001.

Oppgave 1.

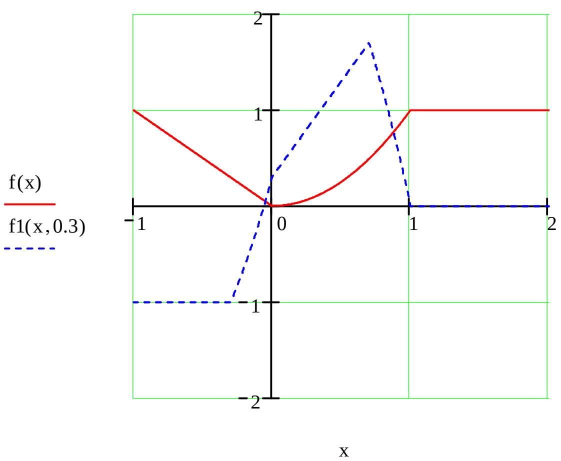
Vi har gitt f(x) = -x når x<0, f(x) = x^2 når $0 \le x \le 1$ og f(x) = 1 når x>1.

$$f(x) := \begin{cases} -x & \text{if } x < 0 \\ x^2 & \text{if } 0 \le x \le 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f1(x,h) := \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



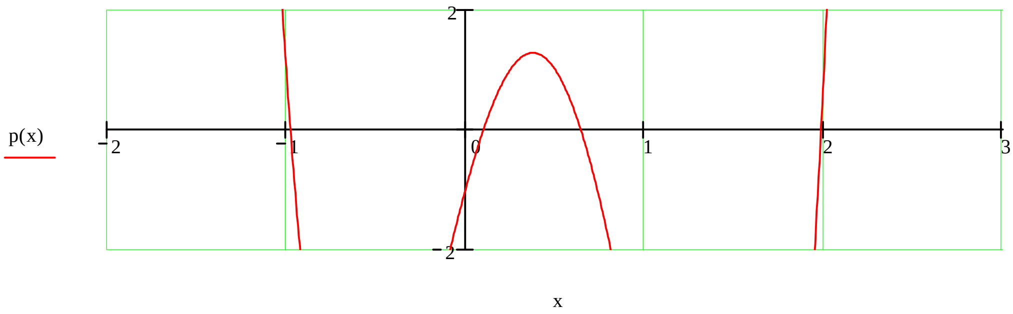
Vi ser at f '(x) er diskontinuerlig i x=0 og i x=1.



f1(x,h) er en kontinuerlig funksjon siden den er laget ved addisjon, divisjon og sammensetning av kontinuerlige funksjoner.
Når h->0, så ser vi på grafen at grafene til de kontinuerlige f1-ene nærmer seg mot grafen til den fdiskontinuerlige f '(x).

Oppgave 2.

Vi skal studere polynomet $p(x) := 8\cdot x^4 - 14\cdot x^3 - 9\cdot x^2 + 11\cdot x - 1$ side 304, oppgave 24 i boka.
Først tegner vi grafen til p(x) for å lokalisere hvor dens nullpunkter er.



Vi ser at p(x)=0 har 4 løsninger og at disse ligger nær 4 -1, 0, 1/2 og 2. Nå bruker vi Newtons metode som skissert i oppgaveteksten til å finne mer nøyaktige verdier for disse nullpunktene.

$$Np(x) := x - \frac{p(x)}{\frac{d}{dx}p(x)}$$

$i := 0 .. 4$

Vi gjentar beregningen til venstre med 4 startverdier, og får ut som resultat de 4 nullpunktene.

$x_0 := 2.0$

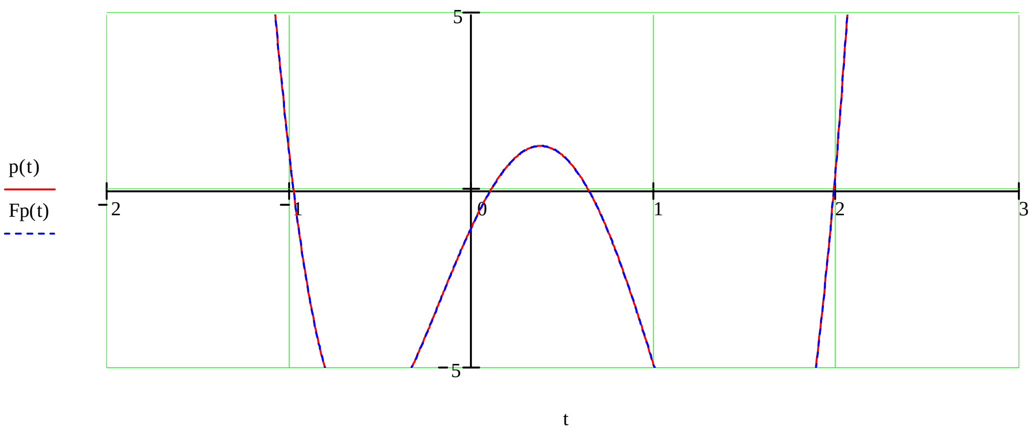
$$x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1.984127 \\ 1.983714 \\ 1.983714 \\ 1.983714 \\ 1.983714 \end{pmatrix}$$

$r1 := -0.976824$ $\quad$ $r2 := 0.100363$

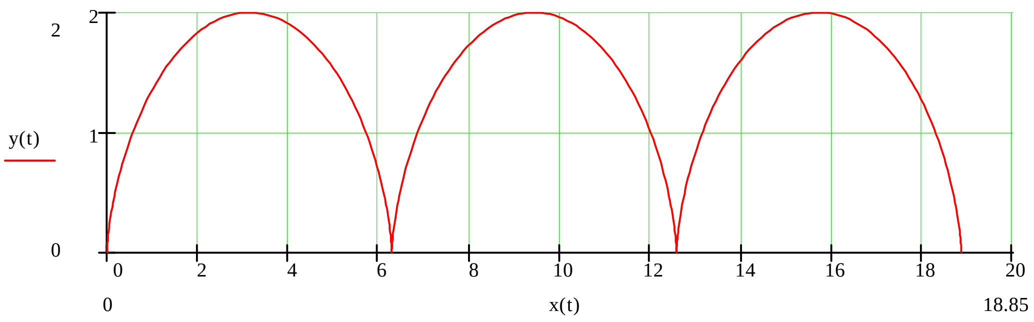
$r3 := 0.642747$ $\quad$ $r4 := 1.983714$

Vi lager nytt polynom lik høyre sida i oppgave 24, og tegner grafene til p(x) og det nye polynomet sammen.
Vi ser at disse to polynomene er like.

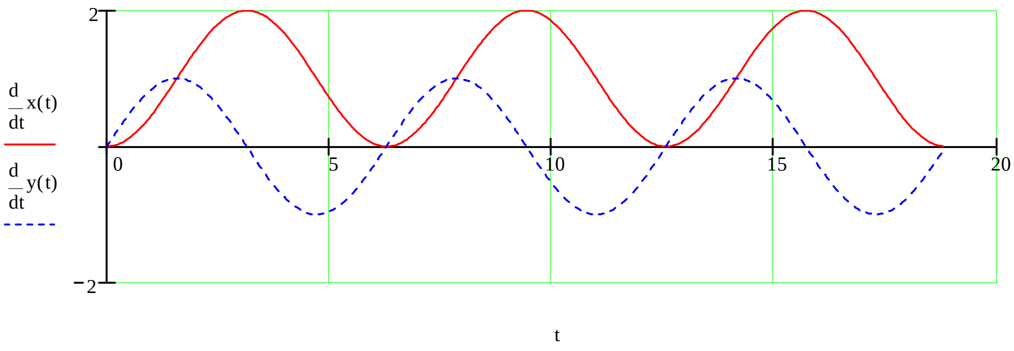
$Fp(x) := 8\cdot(x - r1)\cdot(x - r2)\cdot(x - r3)\cdot(x - r4)$



Oppgave 3:
Vi har gitt en parameterkurve $x(t) := t - \sin(t)$ og $y(t) := 1 - \cos(t)$. $t := 0, 0.05 .. 6\cdot\pi$.



Når vi ser på kurven, ser vi spisser på den. Disse kommer der t=2π, 4π og 6π. For vanlige funksjoner vil vi her ha punkter der funksjonen ikke er deriverbar. Men både x(t) og y(t) er deriverbare. La oss tegne grafene til de deriverte.



Her ser vi hva som skjer. Begge de to deriverte er 0 samtidig. Det er dette som gjør det mulig med spisser på deriverbare parameterkurver.