Høgskolen i Agder
Avdeling for realfag
Institutt for matematiske fag

De fleste oppgavene jeg gir i Ma-1410 har odde nummer og det finnes fasitsvar bak i boka. Jeg vil derfor ikke skrive løsningsforslag på mere enn noen utvalgte oppgaver.

Oppgave § 1.2: 32.

I denne oppgaven skiller vi mellom $x > 1$ og $x < 1$. Når $x > 1$ er $|x-1| = (x-1)$ og vi får

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{\sqrt{2x}(x-1)}{|x-1|} = \lim_{x\to 1^+} \frac{\sqrt{2x}(x-1)}{(x-1)} = \lim_{x\to 1^+} \sqrt{2x} = \sqrt{2}.$$

Når $x < 1$ er $|x-1| = -(x-1)$ og vi får

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{\sqrt{2x}(x-1)}{|x-1|} = \lim_{x\to 1^-} \frac{\sqrt{2x}(x-1)}{-(x-1)} = \lim_{x\to 1^-} -\sqrt{2x} = -\sqrt{2}.$$

Oppgave § 1.2: 36.

Vi skal være litt formelle i løsningen av denne oppgaven. Ved regel (3) side 99 får vi:

$$\lim_{x\to 2}(f(x)-5) = \lim_{x\to 2}(\frac{f(x)-5}{x-2}) \cdot (x-2) = \lim_{x\to 2} 3 \cdot 0 = 0.$$

Det følger nå fra regel (1):

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \lim_{x\to 2}((f(x)-5)+5) = 0+5 = 5.$$

Når dere møter et tilfelle der grensen av en brøk eksisterer og nevner går mot 0, så må også teller gå mot 0. Dere trenger ikke skrive alle detaljene.

Oppgave § P.4: 24.

Vi har gitt $y = f(x) = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$. Vi kan ta roten på begge sider, og får $\sqrt{y} = (x+1)$. Det følger at $f^{-1}(x) = \sqrt{x} - 1$.

Vi kan teste denne formelen:

$$f(f^{-1}(x)) = f(\sqrt{x}-1) = (\sqrt{x}-1+1)^2 = x.$$

Oppgave § P.4: 32.

Vi har gitt $y = f(x) = (\ln(10))\log(x+2) = \ln(10)\frac{\ln(x+2)}{\ln(10)} = \ln(x+2)$. Denne funksjonen er definert for $(x+2) > 0$, dvs. for $x > -2$. Rekkevidden blir den samme som rekkevidden for alle logaritmefunksjoner, dvs. $(-\infty, \infty)$. Grafen blir lik grafen til $\ln(x)$, men forskjøvet 2 enheter mot venstre.

Oppgave § P.4: 33.

Vi tar ln() på begge sider av $1.045^t = 2$ og får $t\ln(1.045) = \ln(2)$. Dette gir $t = \frac{\ln(2)}{\ln(1.045)} = 15.7473...$

Oppgave § P.4: 34.

Vi tar ln() på begge sider av $e^{0.05t} = 3$ og får $0.05t = \ln(3)$. dette gir $t = \frac{\ln(3)}{0.05} =$

21.9722...

Oppgave § P.4: 37.

$\ln(y) = 2t + 4$. Vi anvender funksjonen e^x på begge sider og får $y = e^{\ln(y)} = e^{2t+4}$.

Oppgave § P.4: 41.

Vi skal bruke formelen fra Example 12 side 40. $y(0) = 8$ er oppgitt, og halveringstida $t_0 = \ln(2)/k = 12$. Dermed har vi formeln $y(t) = 8e^{-\ln(2)t/12}$. Vi har at $y(t) = 1$ når $1 = 8e^{-\ln(2)t/12}$. Vi anvender $\ln(x)$ på begge sider og får $0 = \ln(1) = \ln(8) - \ln(2)t/12$. Herav følger at

$$t = \frac{12\ln(8)}{\ln(2)} = \frac{12 \cdot 3\ln(2)}{\ln(2)} = 36.$$

Merk at vi kan skrive $y(t)$ alternativt som:

$$y(t) = 8e^{(-\ln(2))(t/12)} = 8(e^{-\ln(2)})^{t/12} = 8(\frac{1}{2})^{t/12}.$$

Oppgave § P.4: 57.

Tegn grafene til x^2 og 2^x i intervallet $(-1, 0)$. Da vil vi se at kurvene skjærer hverandre nær -0.6.

Oppgave § P.5: 15 a).

Vi har ved regnereglene for $\sin(x)$ og $\cos(x)$:

$$\cos(x-\pi/2) = \cos(x)\cos(-\pi/2) - \sin(x)\sin(-\pi/2) = \cos(x)\cdot 0 - \sin(x)\cdot(-1) = \sin(x).$$

Dette betyr at grafen til $\sin(x)$ framkommer ved å forskyve grafen til $\cos(x)$ $\pi/2$ enheter mot høyre.