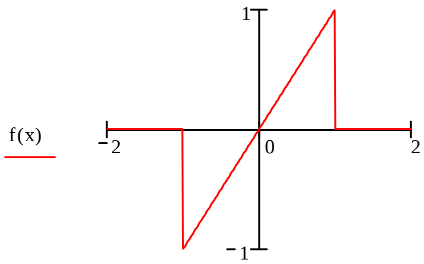
MA 1410: analyse
PC-øvelser uke 40, 01. - 05. oktober 2001

Oppgaver til denne uken:

A) Funksjoner gitt med delt forskrift:
I oppgave 1.2: 26 er f(x) definert ved delt forskrift. Vi skal nå se hvordan Mathcad kan overtales til å forstå funksjoner som er definert med delt forskrift.
Vi må bruke **Programming Toolbar** fra Math-menyen. Vi velger at x skal være en variabel som går fra -2 til 2. Så la $x := -2, -1.99 .. 2$. Når vi skal definere funksjonen, så trenger vi 5 linjer for å skrive opp definisjonen. Disse 5 linjene lager vi ved å klikke på **Add Line** i Programming Toolbar 4 ganger. Til høyre for den tykke vertikale streken vi får, setter vi etter tur kursoren på placeholder og velger **if** fra Programming Toolbar 4 ganger og velger **otherwise** 1 gang.

Vi har $f(x) := \left| \begin{array}{l} 0 \;\text{ if }\; x < -1 \\ x \;\text{ if }\; -1 \le x < 0 \\ 1 \;\text{ if }\; x = 0 \\ x \;\text{ if }\; 0 < x \le 1 \\ 0 \;\text{ otherwise} \end{array} \right.$ og .



Symbolene $\blacksquare \le \blacksquare$ og $\blacksquare = \blacksquare$ (boolsk likhet) hentes fra Evaluation Toolbar.

Øvelse: Tegn grafen til funksjonen gitt ved f(x) = -x når x<0, f(x) = x^2 når $0 \le x \le 1$ og f(x) = 1 når x>1.

B) Integrasjon:
Vi skal lære om integrasjon i Kapittel 4. Det er mulig å legge noe ulike synspunkter på hva integrasjon er for noe. Et synspunkt er å se på integrasjon som det omvendte av derivasjon. F.eks. ved å velge den lange tynnes S-en fra Calculus Toolbar, $\int 3 \cdot t^2 \, dt \rightarrow t^3$.(Dette kalles ubestemt integral og svaret er en funksjon.)
Hvis vi ser på integrasjon som å beregne areal, så får vi tilsvarende (velg den lange tynne S-en med a oppe og b nede): $\int_0^{\pi} \sin(t) \, dt \rightarrow 2$.Vi kan tegne grafen til sin(t) over intervallet [0, π], og arealet under grafen og over x-aksen blir tallet 2.

Øvelse: Beregn arealet $\int_0^4 \sqrt{4 \cdot x - x^2} \, dx$, og skisser dette.

C) Polynomer:
Mathcad har mange funksjoner for å manipulere polynomer. Vil vil se på en av disse, nemlig hvordan vi kan faktorisere polynomer.
Vi velger **factor** fra **Symbolic Toolbar** og fyller inn polynomer.

$x^3 - 4 \cdot x^2 + x + 6 \text{ factor } \rightarrow (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 1)$

Øvelse:

D) Parameterkurver:
Mange kurver, f.eks. sirkler og ellipser, er ikke grafer til funksjoner. Problemet er at til hver x-verdi finnes det 2 eller flere y-verdier. Når slike kurver skal studeres, vil det ofte være en god løsning å beskrive disse som parameterkurver. Dette er kurver der punktene er på formen (x(t),y(t)) med t i et gitt intervall og x(t) og y(t) er to funksjoner. For eks. kan sirkler med sentrum i origo beskrives ved (cos(t),sin(t)) der t løper fra 0 til 2π .Se figuren nedenfor.(Hvordan ser kurven (cos(4t),sin(3t)) ut?) Vi skal studere parameterkurver nærmere i kap. 11.
Tangenten til en parameterkurve har retningen gitt ved (x'(t),y'(t)). I et punkt t0 vil tangenten ha (x(t0),y(t0))+s*(x'(t0),y'(t0)) der s gjennomløper de reelle tall.
La x(t)=cos(t), y(t)=sin(t) og t0=0.23. Tangenten til sirkelen i dette punktet er tegnet inn i grafen under.

Øvelse: Tegn parameterkurven x(t)=t-sin(t og y(t)=1-cos(t) der t løper fra 0 til 6π . (Se oppgave 48 side 66.)

Husk å logge ut av PC-en når du er ferdig!

$t0 := 0.23$

$s := -2..2$

$t := 0, 0.01..2\cdot\pi$

$x(t) := \cos(t) \qquad y(t) := \sin(t)$

$xd(t) := \frac{d}{dt}x(t) \rightarrow -\sin(t) \qquad yd(t) := \frac{d}{dt}y(t) \rightarrow \cos(t)$

Tangenten i t0 blir:

$tx(s) := x(t0) + s\cdot xd(t0) \qquad ty(s) := y(t0) + s\cdot yd(t0)$