Høgskolen i Agder
Avdeling for realfag

EKSAMEN

Emnekode:	**MA 1410**
Emnenavn:	**Analyse**
Dato:	9. desember 1999
Varighet:	09.00 - 15.00
Antall sider inklusivt forside:	2
Tillatte hjelpemidler:	Alle, også alfanumerisk kalkulator.
Merknader:	Nynorskteksten er identisk med originalteksten med hensyn til setningsbygging og ordvalg med disse unntakene: løsning = løysing løs = løys benytte = nytte beregn = rekn ut bestem =

OPPGAVE 1.

Definer funksjonen $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x}, & \text{for } x \neq 0 \\ 1, & \text{for } x = 0 \end{cases}$.

(a) Beregn $f'(0) = \lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$.
Beregn $f''(0) = \lim_{x\to 0} \frac{f'(x)-f'(0)}{x}$.

OPPGAVE 2.

(a) Beregn konvergensradius til potensrekka

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n-1}{n(n-1)}x^{2n}.$$

Konvergerer rekka når $x = \pm 1$?

(b) For hvilke $x > 0$ konvergerer rekka $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$?

OPPGAVE 3.

(a) La $p(x)$ og $q(x)$ være to polynom og la a være et reelt tall. Vis at hvis $p(a) = q(a) = 0$ og $L = \lim_{x\to a} \frac{-p'(x)q^2(x)}{p(x)q'(x)}$ eksisterer, så er $\lim_{x\to a} q(x)\ln|p(x)| = L$.

(b) Beregn $\lim_{x\to -1^+}(1-x^2)\ln(1-x^2)$. (Du kan bruke (a) hvis du ønsker.)

OPPGAVE 4.

(a) Løs differensiallikninga $y' - \frac{2x}{1+x^2}y = \arctan(x)$.

(b) Beregn integralet $\int_0^\infty \frac{arctan(x)}{1+x^2}\,dx$.

(c) La $f(x) = \frac{arctan(x)}{1+x^2}$. Vis at $f'(x) = 0$ har nøyaktig en løsning når $x > 0$. Bruk Newtons metode til å finne en tilnærmet løsning av $f'(x) = 0$ når $x > 0$. (Du kan velge $x_0 = 0.8$. Det er nok å foreta 2 iterasjoner.)

OPPGAVE 5.

Vi har gitt en funksjon $g(x) = 1 - x^2$ over intervallet $[-1, 1]$.

(a) Beregn volumet V av omdreiningslegemet som framkommer når grafen til g roteres om x-aksen, $V = \pi \int_{-1}^1 g^2(x)\,dx$.

(b) Overflatearealet av omdreiningslegemet er gitt ved $S = 2\pi \int_{-1}^1 g(x)\sqrt{1 + (g'(x))^2}\,dx$. Beregn dette integralet numerisk ved bruk av Simpsons formel når antallet delintervaller er $n = 4$.

OPPGAVE 6.

(a) Gitt en funksjon $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - xy - 7y$. Finn de eller det kritiske punkt til $f(x, y)$ og finn typen (lokale maksimums- eller minimumspunkt eller sadelpunkt) til de eller det kritiske punkt.

(b) Finn ekstremverdiene til $f(x, y)$ langs linja $g(x, y) = 6x + 3y - 50 = 0$ ved bruk av Lagranges metode.

(c) Finn tangentlinja til nivåkurven til $f(x, y)$ gjennom punktet $(13/3, 8)$.

Erik Bedos　　　　　　　　　　　　　　　　Åsvald Lima